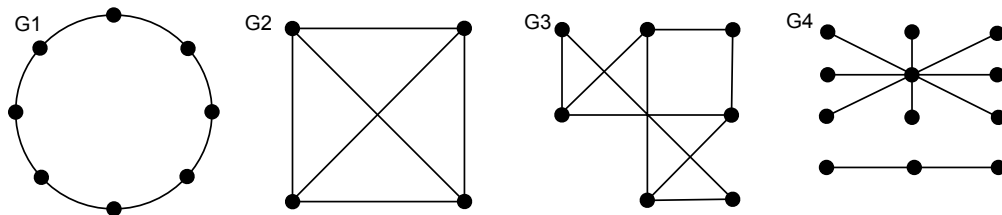


## Théorie des Graphes

### TD 2 : Graphes bipartis / Connectivité / Arbres

**Exercice 1:** Démontrer qu'un graphe biparti avec  $n_1$  et  $n_2$  sommets a au plus  $n_1 \times n_2$  arêtes.

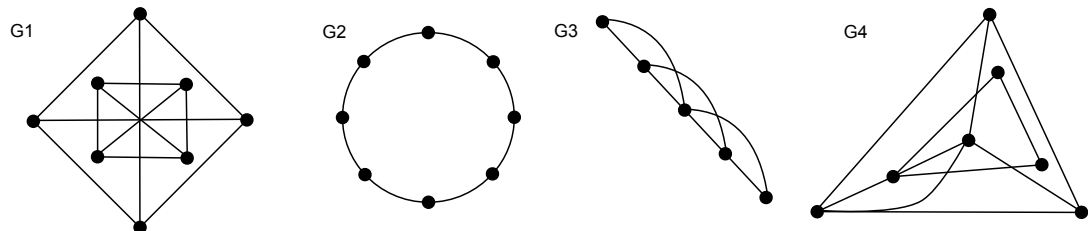
**Exercice 2:** Lesquels des 4 graphes suivants sont bipartis? Justifier votre réponse.



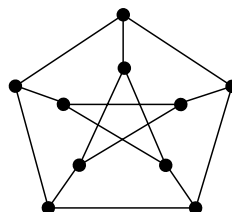
**\*Exercice 3:** Démontrer qu'un graphe est biparti si et seulement si toutes ses composantes sont des graphes bipartis.

**Exercice 4:** Donner (et prouver) une propriété particulière des graphes bipartis réguliers.

**Exercice 5:** Est-ce que les graphes suivants sont 2-connexes? Justifier votre réponse.



**Exercice 6:** Quelle est la connectivité du graphe suivant (graphe de Petersen)? Justifier votre réponse.



**Exercice 7:** Soient  $k, k' \geq 3$ . Déterminer la connectivité des graphes  $P^k$ ,  $C^k$ ,  $K^k$ ,  $K_{k,k'}$ . Justifier votre réponse.

**Exercice 8:** Démontrer le suivant : Soit  $G$  un graphe avec  $\kappa(G) = k$ . Il en suit que  $d(v) \geq k$  pour tout  $v \in V(G)$ .

**\*Exercice 9:** Démontrer que chaque graphe 2-connexe contient un cycle élémentaire.

**Exercice 10:** (Examen 2008/2009) Démontrer que chaque arbre  $T$  qui n'a pas de sommet de degré 2 contient plus de feuilles que d'autres sommets. (Astuce : Regarder le nombre d'arêtes ou le degré moyen.)

**\*Exercice 11:** Démontrer que chaque arbre  $T$  contient au moins  $\Delta(T)$  feuilles.

**Exercice 12:** Démontrer le suivant : Si  $T$  est un graphe connexe avec  $|E(T)| = |T| - 1$ , il en suit que  $T$  est minimal connexe, i.e.  $T$  est connexe et chaque arête de  $T$  est un isthme.

---

Si vous avez des questions, sur le cours ou les TDs, ou si vous continuez avec les exercices à la maison et vous avez des questions sur la/votre solution, n'hésitez pas à nous contacter :

Stefanie Kosuch  
Bureau 114, LRI (Bât. 490)  
stefanie.kosuch@lri.fr

Thomas Lavergne  
Bureau 116, LIMSI (Bât 518)  
thomas.lavergne@limsi.fr

Livre conseillé pour la partie théorique :  
<http://diestel-graph-theory.com/GrTh.html>